

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ ТА НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
"ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ"**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ  
до практичних занять  
З КУРСУ “ ОРГАНІЗАЦІЯ ТА ПЛАНУВАННЯ НАУКОВИХ  
ДОСЛІДЖЕНЬ”.  
ОПРАЦЬОВУВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ПОВНОГО ФАКТОРНОГО  
ЕКСПЕРИМЕНТУ.**

**ХАРКІВ 2000**

ЗАТВЕРДЖЕНІ МЕТОДИЧНОЮ РАДОЮ УНІВЕРСИТЕТУ

“\_\_\_\_\_” 2000.

Протокол №

Укладач:

доцент кафедри “Вимірювально- інформаційна техніка”

Давиденко О.П.

## ЗМІСТ

1	Загальні положення	4
2	Звітні документи щодо повних факторних експериментів	4
3	Загальні задачі опрацювання даних.	7
4	Алгоритм опрацювання даних повного факторного експерименту ( $2^k$ ).	7
4.1.	Виключення грубих помилок (промахів) з результатів вимірювань	8
4.2.	Визначення построккових середніх $\bar{y}_i$ та построккових дисперсій $S_i^2$	9
4.3.	Перевірка однорідності построккових дисперсій	10
4.4.	Визначення дисперсії відтворюваності $S_y^2$	10
4.5.	Перевірка значимості різниці середніх значень відгуку	11
4.6.	Визначення коефіцієнтів рівняння регресії	12
4.7.	Перевірка статистичної значимості коефіцієнтів рівняння	13
4.8.	Перевірка адекватності моделі	14
	ЛІТЕРАТУРА	16
	ДОДАТКИ	17
	Таблиця Д1. Двозначні випадкові числа	18
	Таблиця Д2. Значення $r_{\max}$ (або $r_{\min}$ ) за умови різних рівнів значимості $\alpha$ .	19
	Таблиця Д3. Значення $t$ критерію Ст'юдента.	20
	Таблиця Д4. Значення критерію Кохрена за умови рівня значимості $\alpha=0,05$	21
	Таблиця Д5. Значення F-критерію Фішера за умови рівня значимості $\alpha=0,05$	22
	Словник	23

## 1 Загальні положення

Однією з істотних переваг багатофакторного експерименту є надання діям дослідника формального характеру, тобто, як під час самого експерименту, так і під час опрацювання даних, застосовується формальна процедура, що забезпечує досягнення мети.

Проте, задля того щоб означена процедура працювала надійно, необхідно добре знати як сам об'єкт, так і умови проведення експерименту. Тому перед здійсненням багатофакторного експерименту слід чітко визначити його мету, розглянути метрологічне забезпечення, обрати фактори, що підлягатимуть варіюванню, та відгук, домогтися усталеної роботи експериментального устаткування та інше. Усі ці питання докладно розглядаються в посібниках з теорії планування експерименту [1 – 5].

Опрацювання даних експерименту звичайно здійснюється за допомогою ЕОМ різного класу. Сучасне програмне забезпечення дозволяє відмовитись від розробки спеціалізованих програм. Щоб виконати розрахунки достатньо використати усім відомий **Exel**, або більш могутніший **MathCAD**.

Використання ЕОМ дозволяє підвищити якість метрологічних та інформаційних характеристик процесу дослідження: покращити точність; визначити параметри, які неможливо врахувати при ручному опрацюванні параметрів об'єкту; збільшити кількість інформації, що підлягає опрацюванню.

Посібник, що пропонується, містить у собі основні розрахункові співвідношення, довідкові дані та зазначає послідовність дій під час проведення досліджень методами сучасної теорії планування експерименту.

## 2 Звітні документи щодо повних факторних експериментів

Перш за все складається протокол в якому зазначають: об'єкт та задачу дослідження; фактори та їх можливі діапазони змінювання, вихідну величину – відгук; методи, засоби та точність реєстрації значень факторів та відгуку; місце,

час та умови проведення експерименту, а саме: дію невідконтрольних факторів, необхідність рандомізації, тощо. Серед великої кількості вихідних величин дослідник повинен виокремити параметр, що буде підлягати оптимізації та має кількісну оцінку.

Після обрання основних рівнів та проміжків варіювання факторів складається таблиця умов експерименту у вигляді таблиці 1.

**Таблиця 1. Умови експерименту**

Фактори Умови	Опір R1, кОм	Ємність C1, мкф	Напруга U, в
Основний рівень $X_{j0}$	2.2	0.1	12
Проміжок варіювання $I_j$	0.2	0.01	2
Нижній рівень $X_{jн}$	2.0	0.09	10
Верхній рівень $X_{jв}$	2.4	0.11	14
Кодована позначка	$x_1$	$x_2$	$x_3$

За правилами в планах експерименту використовують кодовану значину фактора, що зв'язана з фізичною величиною співвідношенням:

$$x_j = (X_j - X_{j0}) / I_j.$$

Таким чином кодована величина приймає значину в межах від -1 до +1, тобто:  $x_{jн} = -1$ ;  $x_{jв} = +1$ ;  $x_{j0} = 0$ .

Проміжок варіювання фактору повинен задовольняти таким вимогам:

1. перевищувати можливу похибку устаткування та вимірювання величини  $X_j$  (приблизно в десять раз);
2. будь-які вершини області експерименту повинні знаходитись всередині області визначення факторів;

3. бути таким, щоб виконувались вимоги адекватності моделі;

4. змінення значини факторів, унаслідок переходу від одного досліду до іншого, повинно викликати відчутні зміни відгуку на тлі похибки вимірювання відгуку.

На наступному етапі складають план експерименту який зображують у вигляді таблиці-матриці. Для побудови плану повного факторного експерименту  $2^k$  необхідно скласти всі можливі комбінації з  $k$  факторів за умови, що кожний фактор приймає два значення: -1 та +1. Сукупність усіх комбінацій утворює матрицю планування **ПФЕ  $2^k$** . Далі окремі рівні факторів будемо позначати символами – та +. Остаточню план повного факторного експерименту  $2^3$  має вигляд таблиці 2.

**Таблиця 2. План повного факторного експерименту  $2^3$**

№	$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_1x_2$	$x_1x_3$	$x_2x_3$	$x_1x_2x_3$	$y_{i1}$	$y_{i2}$	$\cdot y_{iq}$	$y_{im}$	$\bar{y}_i$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	+	–	–	–	+	+	+	–	$y_{11}$	$y_{12}$	..	$y_{1m}$	$\bar{y}_1$
2	+	+	–	–	–	–	+	+	$y_{21}$	$y_{22}$		$y_{2m}$	$\bar{y}_2$
3	+	–	+	–	–	+	–	+	$y_{31}$	$y_{32}$		$y_{3m}$	$\bar{y}_3$
4	+	+	+	–	+	–	–	–	$y_{41}$	$y_{42}$		$y_{4m}$	$\bar{y}_4$
5	+	–	–	+	+	–	–	+	$y_{51}$	$y_{52}$		$y_{5m}$	$\bar{y}_5$
6	+	+	–	+	–	+	–	–	$y_{61}$	$y_{62}$		$y_{6m}$	$\bar{y}_6$
7	+	–	+	+	–	–	+	–	$y_{71}$	$y_{72}$	..	$y_{7m}$	$\bar{y}_7$
8	+	+	+	+	+	+	+	+	$y_{81}$	$y_{82}$	..	$y_{8m}$	$\bar{y}_8$

Наведений план забезпечує можливість отримати рівняння, що описує поведінку об'єкта дослідження, з урахуванням ефекту взаємодії факторів, тобто:

$$\hat{y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{123}x_1x_2x_3.$$

Розглянемо більш детально план експерименту. У колонках 2 – 9 розташовані всі можливі комбінації значень факторів, їх сумісної дії та уявного фактора  $x_0$ . Уявний фактор, що в усіх рядках дорівнює +1, забезпечує зручність під час опрацювання даних. Значення зумовлені сумісною дією факторів утворені множенням значень складових. У колонках 9 – 13 містяться значення

відгуку, отримані під час проведення  $m$  паралельних дослідів з кожною комбінацією рівней факторів. В останній колонці зведені середні построкові значення відгуку.

Якщо є підозра, що серед заважаючих, неконтрольованих факторів існують такі, що зумовлюють систематичну похибку, слід використовувати метод рандомізації. Цю процедуру виконують за допомогою генератора рівномірно розподілених випадкових чисел, реалізація якого може бути різноманітною (програмна, фізична, таблична). Числа від 1 до  $N \cdot m$ , отримані за допомогою генератора використовують для визначення порядкового номера досліду. Таким чином, систематична похибка може бути зведена до випадкової.

Найчастіше для визначення порядкового номера досліду використовують таблиці, з яких вибирають числа від 1 до  $N \cdot m$  (кожне число беруть лише один раз а числа що перевищують  $N \cdot m$  викидають). Це число  $K_{iq}$  визначає порядковий номер, за яким виконують відповідний дослід. Двозначні випадкові числа наведені в таблиці Д1.

### **3 Загальні задачі опрацювання даних.**

Основною метою регресійного аналізу є побудова, згідно з результатами активного експерименту, моделі, яка б адекватно описувала поведінку об'єкта дослідження. Припущення про випадковість похибок, що накладені на вхідні та вихідні величини, зумовлює використання певного математичного апарату, що ґрунтується на теорії ймовірностей та математичній статистиці.

На етапі опрацювання даних вирішуються такі питання:

1. Перевіряються припущення про однорідність та рівноточність вимірювань відгуку  $y_{iq}$  в усіх точках плану;
2. Визначаються коефіцієнти регресії та їх статистична значимість;
3. Виконується перевірка адекватності та точності отриманого рівняння регресії.

### **4 Алгоритм опрацювання даних повного факторного експерименту ( $2^k$ ).**

Як уже зазначалося, ця процедура в значній мірі формалізована та може

виконуватись за допомогою ЕОМ. Але на окремих етапах повинні прийматись рішення творчого, неформального характеру. Від цих рішень та від сумлінного виконання всіх правил опрацювання залежить остаточний результат, що через дрібні порушення може спростувати ідею та викликати сумніви стосовно доцільності застосування багатофакторного експерименту. Проведення серій паралельних дослідів, вміле використання рандомізації, дотримування вимог регресійного аналізу, ретельна перевірка результатів на кожному етапі – усе це дозволяє отримати рівняння, що адекватно описує поведінку об'єкту дослідження.

Розглянемо основні етапи процедури опрацювання.

#### 4.1. Виключення грубих помилок (промахів) з результатів вимірювань

Результати вимірювань не повинні містити в собі грубих помилок, тому що жодне опрацювання не дозволяє усунути перекручень, що зумовлюються недбалими спостереженнями. Якщо мати вибірку  $m$  спостережень значень відгуку, що розташовані за зростанням,  $y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{im}$ , то найменше –  $y_{i1}$  та найбільше –  $y_{im}$  значення можуть виявитися непевними, тобто вони істотно відрізнятимуться від решти. Необхідно перевірити, чи належать ці значення до сукупності, чи це наслідок грубої помилки й тоді їх потрібно вилучити з подальшого опрацювання.

Таким чином треба перевірити гіпотезу  $H_0$ : що  $y_{i1}$  (або  $y_{im}$ ) належить сукупності та його відмінність від решти членів вибірки є випадковою. Для цього використовують так званий  $r$ -критерій, згідно з яким визначаються:

$$r_{\min} = \frac{\bar{y}_i - y_{i1}}{S_i \sqrt{\frac{(m-1)}{m}}}, \text{ та } r_{\max} = \frac{y_{im} - \bar{y}_i}{S_i \sqrt{\frac{(m-1)}{m}}}, \quad (1)$$

$$\text{де } \bar{y}_i = \frac{1}{m} \sum_{u=1}^m y_{iu}; \quad S_i = \sqrt{\frac{\sum_{u=1}^m (y_{iu} - \bar{y}_i)^2}{(m-1)}}.$$

Критичні значення  $r_{\min}^{\text{tab}}$  та  $r_{\max}^{\text{tab}}$  визначаються за таблицею Д2 згідно



заданому рівню значимості  $\alpha$  (найчастіше  $\alpha = 0.05$ ) та числу ступенів свободи  $f = m - 1$ . Якщо значення, здобуті за допомогою рівняння (1), виявляться меншими ніж табличні, то гіпотеза  $H_0$  підтверджується. У протилежному випадку члени вибірки, що виокремлюються, вилучаються з подальшого опрацювання.

Після вилучення грубих помилок, щоб зберегти властивості ортогональності плану, в усіх рядках табл.2 повинна залишитись однакова кількість спостережень. Як правило, понад п'ять паралельних дослідів у кожній точці плану не застосовують.

Інколи для перевірки однорідності застосовують критерій Ст'юдента:

$$t_p = \frac{|y_{iu}^* - \bar{y}_i^*|}{S_i^*},$$

де  $y_{iu}^*$  - найменше, або найбільше значення відгуку  $i$ -го рядка, яке вважають помилковим;  $\bar{y}_i^*$  - середнє значення відгуку в цьому ж рядку, знайдене без урахування значення  $y_{iu}^*$ ;  $S_i^*$  - середньо-квадратичне відхилення без урахування сумнівного результату.

$$\bar{y}_i^* = \frac{1}{(m-1)} \sum_{q=1}^{m-1} y_{iq}; \quad S_i^* = \sqrt{\frac{1}{m-2} \sum_{q=1}^{m-1} (y_{iq} - \bar{y}_i^*)^2}$$

Випадкова величина  $t_p$  має  $f = m - 2$  ступенів свободи. За числом ступенів свободи та рівнем значимості  $\alpha$ , у таблицях розподілу Ст'юдента знаходять табличне значення критерію  $t_T$  (табл.Д3). Якщо розраховане значення виявиться більшим ніж табличне  $t_p > t_T$ , то з надійністю висновку  $P = 1 - \alpha$  можна стверджувати, що  $y_{iu}^*$  слід визнати як грубу помилку та вилучити її з подальшого опрацювання.

#### 4.2.Визначення построккових середніх $\bar{y}_i$ та построккових дисперсій $S_i^2$

Тут і далі будемо вважати, що грубих помилок не виявлено та кількість спостережень у кожному рядку однакова й дорівнює  $m$ .

Розрахунок здійснюється за формулами:

$$\bar{y}_i = \frac{1}{m} \sum_{q=1}^m y_{iq}; \quad (2)$$

$$S_i^2 = \frac{1}{(m-1)} \sum_{q=1}^m (y_{iq} - \bar{y}_i)^2 \quad (3)$$

#### 4.3.Перевірка однорідності построккових дисперсій

Перевірка проводиться за допомогою критерію Кохрена  $G$ . Розрахункове значення критерію знаходять за формулою:

$$G_p = \frac{S_{i \max}^2}{\sum_{i=1}^N S_i^2}, \quad (4)$$

де  $S_{i \max}^2$  - найбільша з усіх  $N$  построккових дисперсій.

Із статистикою Кохрена пов'язані два ступіні свободи, а саме:  $f_u = m - 1$ , та  $f_\Sigma = N$ . За рівнем значимості  $\alpha = 0.05$  та числами  $f_u$  та  $f_\Sigma$  у таблиці розподілу Кохрена (табл. Д4) знаходять табличне значення  $G_T$ . Якщо виявиться, що  $G_p \leq G_T$ , то оцінки  $S_i^2$  визнаються однорідними.

Однорідність построккових дисперсій означає, що статистичні дані не містять систематичних похибок та вимірювання в усіх дослідах мають приблизно однакову точність. У протилежному випадку не виконується умова про рівноточність вимірювань відгуку в усіх рядках плану й подальше опрацювання не має сенсу. Треба вжити певних заходів, щоб забезпечити однорідність розсіювання відгуку в усіх рядках плану.

#### 4.4.Визначення дисперсії відтворюваності $S_y^2$

Залежно від інформації, яка знаходиться у розпорядженні дослідника, ця задача може вирішуватись різними шляхами:

1. Якщо є змога знайти построккові дисперсії  $S_i^2$  та вони однорідні, використовується формула:

$$S_y^2 = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N S_i^2 \quad (5)$$

У цьому випадку зі статистикою  $S_i^2$  пов'язане число ступенів свободи:

$$f_y = N \cdot (m - 1).$$

2. Якщо в кожному рядку виконане лише одне вимірювання, тобто ми не маємо значень  $S_i^2$  та формула (5) неспроможна, слід у будь-якій додатковій точці (найчастіше в центрі плану) здійснити  $m_0$  паралельних, незалежних вимірювань відгуку  $y_{10}, y_{20}, \dots, y_{m0}$ . У такому разі оцінка дисперсії відтворюваності визначається за формулою:

$$S_y^2 = S_0^2 = \frac{1}{m_0 - 1} \left[ \sum_{u=1}^{m_0} y_{u0}^2 - \left( \frac{\sum_{u=1}^{m_0} y_{u0}}{m_0} \right)^2 \right] \quad (6)$$

З оцінкою  $S_0^2$  пов'язане  $f_0 = m_0 - 1$  число ступенів свободи.

3. Коли всі вимірювання дають один і той самий результат, тоді вже не оцінку, а дисперсію знаходять за метрологічними властивостями приладу, за допомогою якого вимірюється відгук. Якщо прилад має клас точності  $\gamma$  та відома його верхня межа вимірювання  $A$ , то ми маємо можливість знайти абсолютну похибку вимірювань:  $\Delta = \frac{\gamma \cdot A}{100}$ . Вважаючи, що середньо-квадратичне

відхилення становить половину, або третину абсолютної похибки, маємо:

$$\sigma_y^2 = \Delta^2/4, \text{ або } \sigma_y^2 = \Delta^2/9.$$

#### 4.5.Перевірка значимості різниці середніх значень відгуку

Серед усіх значень  $\bar{y}_i$  одне буде найменшим  $\bar{y}_{i\min}$  та одне – найбільшим  $\bar{y}_{i\max}$ . Слід вважати, що експеримент містить у собі мало інформації стосовно об'єкта дослідження, коли різниця  $|\bar{y}_{i\max} - \bar{y}_{i\min}|$  є статистично незначимою. Перевірка значимості різниці середніх виконується за допомогою критерію

Ст'юдента:

$$t_p = \frac{|\bar{y}_{i \max} - \bar{y}_{i \min}|}{S_y \cdot \sqrt{\frac{1}{m_{\max}} + \frac{1}{m_{\min}}}} \quad (7)$$

де  $m_{\max}$  та  $m_{\min}$  - кількість дослідів у рядках найбільшого та найменшого середнього, відповідно.

Табличне значення критерію  $t_T$  знаходять у таблиці ДЗ за рівнем значимості  $\alpha = 0.05$  та числом ступенів свободи  $f = m_{\max} + m_{\min}$ . Середні відрізняються статистично незначимо, якщо  $t_p < t_T$ . У цьому випадку експериментальні дані слід визнати незадовільними й необхідно поставити новий експеримент, в якому значення відгуку в окремих точках відрізнялися б суттєвіше. Цього можна досягти змінням масштабу перемінних, інтервалів варіювання, застосуванням планів другого порядку або перенесенням області експерименту в інше місце області дослідження.

#### 4.6. Визначення коефіцієнтів рівняння регресії

Коефіцієнти  $b_j$  визначають за допомогою методу найменших квадратів. За умов ортогональності плану, маємо:

$$b_j = \frac{\sum_{i=1}^N \bar{y}_i \cdot x_{ij}}{\sum_{i=1}^N x_{ij}^2}, \quad (8)$$

або, після спрощення: 
$$b_j = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \bar{y}_i \cdot x_{ij} \quad (9)$$

Коефіцієнти при взаємодії факторів визначають так само:

$$b_{jk} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N (x_j \cdot x_k)_i \cdot \bar{y}_i = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N x_{ij} \cdot x_{ik} \cdot \bar{y}_i, \quad (j \neq k) \quad (10)$$

$$b_{ikl} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N x_{ij} \cdot x_{ik} \cdot x_{il} \cdot \bar{y}_i, \quad (j \neq k \neq l) \quad (11)$$

#### 4.7.Перевірка статистичної значимості коефіцієнтів рівняння

Оскільки формули (8-11) містять випадкову величину  $\bar{y}_i$ , отже й  $b_j$  будуть випадковими, до того ж деякі з них можуть бути співмірними з похибкою їх визначення. Тому виникає необхідність перевірки їх статистичної значимості. Під час такої перевірки висувається основна статистична гіпотеза  $H_0 : b_j = 0$ , проти альтернативної гіпотези  $H_1 : b_j \neq 0$ . Задля цього використовується критерій Ст'юдента:

$$t_p = \frac{|b_j|}{S_{bj}}, \quad (12)$$

де:  $S_{bj}$  - оцінка середньо-квадратичного відхилення коефіцієнту, яка визначається залежно від того за якою формулою отримано значення дисперсії відтворюваності:

1.  $S_{bj} = \sqrt{S_y^2 / mN}$ , якщо  $S_y^2$  визначена за формулою (5), до того ж кількість ступенів свободи становить:  $f_{bj} = f_y = N \cdot (m - 1)$ ;

2.  $S_{bj} = \sqrt{S_0^2 / N}$ , якщо  $S_y^2 = S_0^2$ , визначеною за формулою (6). Число ступенів свободи в цьому випадку  $f_{bj} = f_0 = m_0 - 1$ ;

3.  $S_{bj} = \sigma_y$ , якщо використовують метрологічні властивості приладів. Число ступенів свободи  $f_{bj} = \infty$ . Розподіл Ст'юдента в цьому випадку співпадає з нормальним розподілом.

Отримане значення критерію порівнюється з табличним  $t_T$ , що беруть з таблиці Д3 за рівнем значимості  $\alpha = 0.05$  та числом ступенів свободи  $f_{bj}$ .

Якщо  $t_p \leq t_T$ , цей коефіцієнт слід вилучити з рівняння як незначний, у протилежному випадку -  $b_j \neq 0$  та відповідний член залишають у рівнянні.

Взагалі ж слабкий вплив будь-якого фактора може означати, що невдало обраний (занадто малий) інтервал варіювання. Тому, перед виключенням фактора треба з'ясувати справжню причину його слабого впливу на відгук.

#### 4.8.Перевірка адекватності моделі

Після виключення незначимих коефіцієнтів слід перевірити відповідність отриманого рівняння реальному об'єктові, тобто адекватність моделі. Ця процедура передбачає порівняння значень відгуку, що були отримані під час вимірювання, тобто  $\bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_N$ , з тими що одержані шляхом підставлення кодованих значень факторів у рівняння регресії -  $\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \dots, \tilde{y}_N$ . Існує кілька методів перевірки:

1. Якщо в кожній точці плану число вимірювань  $m > 1$ , то застосовують засоби дисперсійного аналізу. У такому разі визначають дисперсію адекватності:

$$S_{ад}^2 = \frac{m \cdot \sum_{i=1}^N (\bar{y}_i - \tilde{y}_i)^2}{N - p}, \quad (13)$$

де  $p$  - число значимих коефіцієнтів у рівнянні регресії ( $p < N$ );  $m$  - число паралельних дослідів, однакове в усіх рядках плану;  $\bar{y}_i$  - середнє значення відгуку для  $i$ -тої точки плану;  $\tilde{y}_i$  - завбачене значення відгуку в цій самій точці.

Надалі визначають критерій Фішера:  $F = S_{ад}^2 / S_y^2$ , з яким пов'язані два ступіня свободи:  $f_{ад} = N - p$  - число ступінів свободи дисперсії адекватності та  $f_y = N \cdot (m - 1)$  - число ступінів свободи дисперсії відтворюванності.

За числами  $f_{ад}, f_y$  та рівнем значимості  $\alpha = 0.05$  у таблиці Д5 знаходять табличне значення критерію  $F_T$ . Модель вважається адекватною, якщо  $F_p \leq F_T$ .

2. Якщо всі коефіцієнти рівняння регресії значимі, тобто  $p = N$ , то для перевірки адекватності не залишається ступінів вільності  $f_{ад} = 0$ . У цьому випадку перевірку виконують стосовно відгуку, отриманого шляхом проведення  $m_0$  дослідів у центрі плану. Перевірка здійснюється за критерієм Ст'юдента:

$$t_p = \frac{|y_0 - b_0|}{S_0 / \sqrt{m_0}}, \text{ де } b_0 - \text{завбачене за рівнянням регресії значення відгуку в}$$

центрі плану.

Табличне значення критерію знаходять за числом ступінів свободи

$f_0 = m_0 - 1$  та рівнем значимості  $\alpha = 0.05$  у таблиці ДЗ. Модель визнається адекватною, якщо  $t_p \leq t_T$ ;

3. У деяких випадках адекватність визначається за максимальною припустимою похибкою  $\Delta_{\text{пр}}$ . Модель адекватна якщо  $|\bar{y}_i - \tilde{y}_i| \leq \Delta_{\text{пр}}$ .

Якщо модель відповідає вимозі адекватності, то її можна використовувати для прийняття подальших рішень.

У протилежному випадку експеримент повторюють після вживання заходів щодо адекватності. Такими заходами можуть бути: зменшення інтервалу варіювання одного або кількох факторів, збільшення кількості паралельних дослідів  $m$ , введення нових, неврахованих раніше факторів, урахування взаємодій більш високого рівня, змінення функції відгуку на таку, що забезпечує більш лінійну залежність від варіювання факторів, тобто  $z = y^2$ ,  $z = \sqrt[3]{y}$ ,  $z = \ln(y)$ , та інше.

На цьому завершується дослідження об'єкта або процесу в обраній області експерименту. Отримане рівняння може бути використане для аналізу точності, надійності, поведінки об'єкта поблизу області дослідження, або для визначення напрямку градієнта згідно з яким відбувається рух до оптимуму.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Плескунин В.И., Воронина Е.Д. Теоретические основы организации и анализа выборочных данных в эксперименте. Л., Изд-во Ленингр. ун-та, 1979.
2. Володарский Е.Т., Малиновский Б.Н., Туз Ю.М. Планирование и организация измерительного эксперимента. К., Вища школа, 1987.
3. Зажигает Л.С., Кишьян А.А., Романиков Ю.И. Методы планирования и обработки результатов физического эксперимента. М., Атомиздат, 1978.
4. М. Кендалл, А. Стьюарт. Многомерный статистический анализ и временные ряды. Л., Наука, 1976.
5. Сытник В.Ф. Основы научных исследований. К., Вища школа, 1978.
6. Воронов В.Г., Егоров А.Е. Основы научных исследований. Учебное пособие. Харьков, 1977.



## ДОДАТКИ

Таблиця Д1. Двозначні випадкові числа

28 39 65 87 03 30 29 43 65 42 95 74 62 60 53 01 85 54 94 72 10 91 46 96 86	13 50 63 04 23 78 66 28 55 80 35 57 32 22 27 66 86 65 64 60 19 83 52 47 53	25 47 57 91 13 47 46 41 90 08 12 72 72 27 77 56 59 75 36 75 55 00 51 93 91	52 62 24 19 94 55 98 78 10 70 44 67 32 23 13 46 44 33 63 71 30 80 05 19 29
05 33 18 08 51 04 43 13 37 00 05 85 40 25 24 84 90 90 65 77 28 55 44 66 88	51 78 57 26 17 79 68 96 26 60 73 52 93 70 50 63 99 25 69 62 86 28 30 02 35	34 87 96 23 99 70 39 83 66 56 48 21 57 74 63 09 04 03 35 78 71 30 32 06 47	89 99 93 39 79 62 03 55 86 57 17 27 27 51 26 19 79 95 07 21 93 74 21 36 33
89 83 40 69 80 73 20 96 05 68 10 89 07 76 21 91 50 27 78 37 03 45 44 66 88	97 96 47 59 97 93 41 69 96 07 40 24 74 36 42 06 06 16 25 98 97 81 26 03 89	56 33 24 87 36 97 50 81 79 59 40 33 04 46 24 17 78 80 36 85 39 46 67 21 17	17 18 66 90 46 42 37 13 81 83 35 63 02 31 01 26 41 77 63 37 98 10 39 33 15
89 41 58 91 63 17 43 00 97 26 71 71 00 51 72 19 28 15 00 41 36 38 30 92 30	65 99 59 97 84 16 91 21 32 41 62 03 89 26 32 92 27 73 40 38 45 51 94 89 04	90 14 79 61 55 60 22 66 72 17 35 27 99 18 25 37 11 05 75 16 00 84 14 36 37	56 16 88 87 60 31 85 33 69 07 78 12 03 09 70 98 81 99 37 29 95 66 39 01 09
39 37 32 89 11 73 17 29 28 98 81 60 84 51 57 05 62 98 07 85 26 97 16 29 18	00 31 06 28 48 00 06 42 24 07 12 68 46 55 89 07 79 26 69 61 52 16 16 23 56	12 08 05 75 26 60 60 29 99 93 60 09 71 87 89 67 83 72 37 41 62 95 80 97 63	05 35 63 05 77 72 93 73 04 36 70 81 10 95 91 85 79 76 48 23 32 25 34 03 36
31 13 63 21 08 97 38 39 35 34 32 11 18 33 82 61 99 13 37 66 45 74 00 03 05	16 01 92 58 21 89 84 05 34 47 51 99 98 44 39 08 12 60 39 23 69 99 47 26 52	48 79 74 73 72 88 09 31 54 88 12 75 10 60 36 61 73 84 89 18 48 06 30 00 18	08 64 80 91 38 97 96 86 01 69 80 60 39 94 97 26 02 04 37 95 03 30 28 55 59
11 84 13 69 01 14 66 12 37 22 40 25 67 87 82 41 48 97 49 43 14 94 54 06 57	88 91 28 79 50 39 45 27 08 51 84 27 17 30 37 65 45 53 41 07 48 28 01 83 84	71 42 14 96 55 85 64 23 85 41 45 69 49 02 58 14 83 46 74 11 09 11 21 91 73	98 59 96 01 36 64 72 08 59 44 98 02 50 58 11 76 66 67 60 08 97 28 44 74 33

Таблиця Д2. Значення  $r_{\max}$  (або  $r_{\min}$ ) за умови різних рівнів значимості  $\alpha$ .

Число рівнів свободи	Рівень значимості $\alpha$			
	<b>0,10</b>	<b>0,05</b>	<b>0,025</b>	<b>0,01</b>
1	1,406	1,412	1,414	1,414
2	1,645	1,689	1,710	1,723
3	1,791	1,869	1,917	1,955
4	1,894	1,996	2,067	2,130
5	1,974	2,093	2,182	2,265
6	2,041	2,172	2,273	2,374
7	2,097	2,237	2,349	2,464
8	2,146	2,294	2,414	2,540
9	2,190	2,343	2,470	2,606
10	2,229	2,387	2,519	2,663
11	2,264	2,426	2,562	2,714
12	2,297	2,461	2,602	2,759
13	2,326	2,493	2,638	2,800
14	2,354	2,523	2,670	2,837
15	2,380	2,551	2,701	2,871
16	2,404	2,577	2,728	2,903
17	2,426	2,600	2,754	2,932
18	2,447	2,623	2,778	2,959
19	2,467	2,644	2,801	2,984
20	2,486	2,664	2,823	3,008
21	2,504	2,683	2,843	3,030
22	2,520	2,701	2,862	3,051
23	2,537	2,717	2,880	3,071

Таблиця ДЗ. Значення t критерію Ст'юдента.

Число ступінів вільності	Рівень значимості $\alpha$			
	<b>0,10</b>	<b>0,050</b>	<b>0,020</b>	<b>0,010</b>
2	2,920	4,303	6,965	9,925
3	2,353	3,182	4,541	5,841
4	2,132	2,776	3,747	4,604
5	2,015	2,571	3,365	4,032
6	1,943	2,447	3,143	3,707
7	1,895	2,365	2,998	3,499
8	1,860	2,306	2,896	3,355
9	1,833	2,262	2,821	3,250
10	1,812	2,228	2,764	3,169
11	1,796	2,201	2,718	3,106
12	1,782	2,179	2,681	3,055
13	1,771	2,160	2,650	3,012
14	1,761	2,145	2,624	2,977
15	1,753	2,131	2,602	2,947
16	1,746	2,120	2,583	2,921
17	1,740	2,110	2,567	2,898
18	1,734	2,101	2,552	2,878
19	1,729	2,093	2,539	2,861
20	1,725	2,086	2,528	2,845
25	1,708	2,060	2,485	2,787
30	1,697	2,042	2,457	2,750
40	1,684	2,021	2,423	2,704
60	1,671	2,000	2,390	2,660
120	1,658	1,980	2,358	2,617
$\infty$	1,645	1,960	2,326	2,576

Таблиця Д4. Значення критерію Кохрена за умови рівня значимості

 $\alpha=0,05$ [illegible]

Таблиця Д5. Значення F-критерію Фішера за умови рівня значимості

$$\alpha=0,05$$

f <sub>1</sub>	f <sub>2</sub>	Число ступінів свободи більшої дисперсії (чисельника)									
		1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞
Число ступінів свободи меншої дисперсії (знаменника)	1	161,40	199,50	215,70	224,60	230,20	234,00	238,90	243,90	249,00	254,30
	2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,37	19,41	19,45	19,50
	3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,84	8,74	8,64	8,53
	4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,91	5,77	5,63
	5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,68	4,53	4,36
	6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,69	4,28	4,15	4,00	3,84	3,67
	7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,57	3,41	3,23
	8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,28	3,12	2,93
	9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,07	2,90	2,71
	10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,91	2,74	2,54
	11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,79	2,61	2,40
	12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,69	2,50	2,30
	13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,77	2,60	2,42	2,21
	14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,53	2,35	2,13
	15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,48	2,29	2,07
	16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,42	2,24	2,01
	17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,38	2,19	1,96
	18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,34	2,15	1,92
	19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,31	2,11	1,88
	20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,28	2,08	1,84
	22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,23	2,03	1,78
	24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,18	1,98	1,73
	26	4,22	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,32	2,15	1,95	1,71
	28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,44	2,29	2,12	1,91	1,65
	30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,09	1,89	1,62
	40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,00	1,79	1,51
	60	4,00	3,15	2,76	2,52	2,37	2,25	2,10	1,92	1,70	1,39
	120	3,92	3,07	2,68	2,45	2,29	2,17	2,02	1,83	1,61	1,25
	∞	3,84	2,99	2,60	2,37	2,21	2,09	1,94	1,75	1,52	1,00

## Словник

**В**

визначати – определять

виконувати - выполнять

використовувати – использовать

вилучати – исключать

виокремлювати – выделять

вимога – требование

випадковий – случайный

відгук – отклик

відлік – отсчет

відмінність – отличие

відтворювати – воспроизводить

відхилення – отклонение

відчутний – осязаемый

властивість - свойство

**Д**

дія - действие

довідка - справка

докладно - подробно

дослід - опыт

дотримування - соблюдение

доцільність – целесообразность

дрібний - мелкий

**З**

забезпечення - обеспечение

завбачати – предсказывать

задовольняти - удовлетворяют

зазначати - отмечать

залежати - зависеть

засіб - средство

застосовувати - применять

звіт – отчет

згідно- согласно

здійснювати – осуществляют

здобути - -получить

значина - значение

зручність – удобство

зумовлений – обусловленный

**І**

істотно - существенно

## Й

ймовірність – вероятность

## К

кількість – количество

кодований – кодированный

## М

межа – граница, предел

містити - содержать

менш ніж – менее чем

можливість – возможность

мета – цель

## Н

наслідок - следствие

непевний - ненадежный

недбалий – небрежный

неспроможний – несостоятельный

## О

окремий – отдельный

остаточний – окончательный

опрацювання – обработка

## П

певний - определенный

похибка – погрешность

перекручення – искажения

прилад – прибор

помилка – ошибка

припущення - предположение

понад – свыше

проміжок – интервал, промежуток

потрібно - необходимо



**Р**

ретельний – тщательный

розпорядження - распоряжение

розташований - расположенный

**С**

складова – составляющая

співвідношення – соотношение

співмірний – соизмеримый

спостереження – наблюдение

спростувати - опровергнуть

стосовно - относительно

ступінь - степень

сумісний – совместный

сумлінний – добросовестный

сумнів - сомнение

суттєвий - существенный

**Т**

тло – фон

**У**

умова - условие

урахування - учет

усталений - устойчивый

устаткування – оборудование

уявний – фиктивный

**Я**

якість - качество